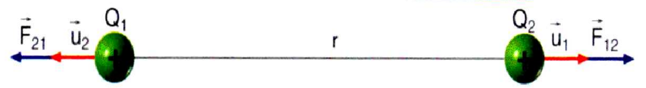
El campo eléctrico(I):Ley de Coulomb

- La ley que rige el comportamiento de las cargas eléctricas, es la ley de Coulomb, es como la ley de gravitación, una fuerza a distancia ya que no se necesita ligadura física alguna, para que una carga ejerza fuerza sobre otra. Como en aquel caso, interpretaremos la interacción entre cargas, mediante la idea de campo.
- La ley nos dice; que la fuerza de atracción o repulsión que se ejerce entre dos cuerpos, puntuales cargados, es directamente proporcional al producto de las cargas de ambos, e inversamente proporcional al cuadrado de la distancia que las separa, dirigida según la línea que separa ambas cargas, y sentido de la primera a la segunda carga .
- La expresión matemática de la Ley:



$$\vec{F}_{21} = K\frac{Q_1 Q_2}{r^2}\vec{u}_2 \qquad \vec{F}_{12} = K\frac{Q_1 Q_2}{r^2}\vec{u}_1$$

$\vec{F}_{12}$ = fuerza ejercida por Q_1 sobre Q_2.

$\vec{F}_{21}$ = fuerza ejercida por Q_2 sobre Q_1.

K = constante de proporcionalidad cuyo valor depende del medio. En el vacío y en el aire es igual a $9 \cdot 10^9$ N·m²·C⁻².

Q_1 y Q_2 = cargas eléctricas.

r = distancia entre las cargas.

$\vec{u}_1$ = vector unitario en la dirección de la recta de unión de las cargas y sentido de Q_1 a Q_2.

$\vec{u}_2$ = vector unitario en la dirección de la recta de unión de las cargas y sentido de Q_2 a Q_1.

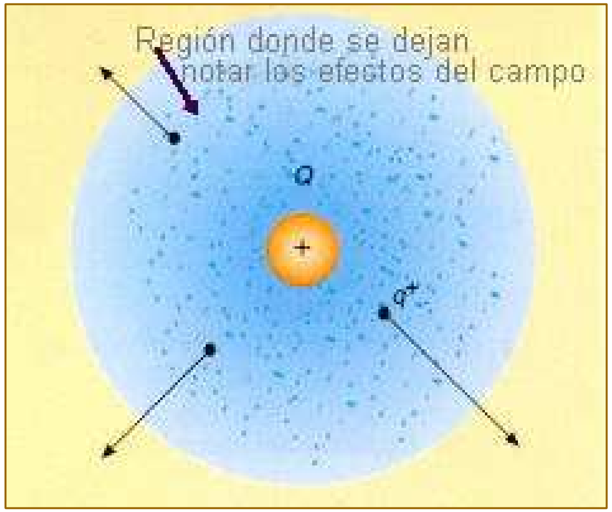
$$k = \frac{1}{4\pi\varepsilon}; \text{en vacío}, \varepsilon = \varepsilon_0$$
$$\varepsilon = permitividad$$

La carga eléctrica se mide en Culombios en el SI; es la cantidad de carga que pasa, por segundo, por un conductor por el que circula un *__amperio__* *de intensidad eléctrica(volveremos sobre el amperio)*
El valor de la constante, depende del medio. Para el caso del vacío, su valor es de $9.10^9 N.m^2/C^2$.
La carga se conserva, es decir no se crea ni se destruye.
La carga está cuantizada; quiere decir que cualquier cuerpo cargado, es siempre múltiplo entero de la carga del electrón.
La carga se conserva, es decir no se crea ni se destruye

La electrostática estudia las cargas en reposo

El campo eléctrico(II), Campo

- Una carga eléctrica, situada en una región del espacio, perturba las propiedades de este, de modo que cualquier otra carga , que llamaremos carga de prueba, colocada en sus proximidades, experimenta una fuerza de atracción o repulsión, según que sea del mismo o diferente signo que la primera. Se dice entonces que una carga eléctrica crea a su alrededor un **Campo Eléctrico.**
- La interacción es de tipo vectorial (fuerza), para caracterizarlo necesitaremos un campo vectorial **.**
- Se considera que, la dirección y sentido del campo en un punto, coincide con la dirección de la fuerza que este ejerce, sobre una carga positiva de prueba situada en el punto.
- El campo eléctrico, como todo campo vectorial, quedará determinado, cuando conozcamos de él : la **intensidad** en cada uno de sus puntos, las **líneas de fuerza** que ayudan a visualizarlo, y el **potencial** en cada punto.
- Definiremos el vector campo eléctrico **E**, intensidad del campo o simplemente campo eléctrico en cualquier punto, como la fuerza eléctrica que actúa sobre la unidad de carga positiva, colocada en ese punto



$$\vec{E}(p) = \frac{\vec{F}}{q^+} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{q}{r^2} \cdot \vec{u}_r$$

es el campo creado en p

por la carga de prueba q

sobre la carga positiva unidad q^+

p el punto dponde se encuentra q^+

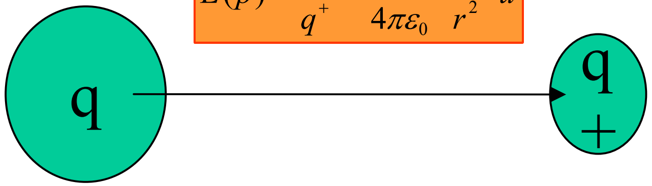
La unidad del SI del campo Eléctrico es el N/C

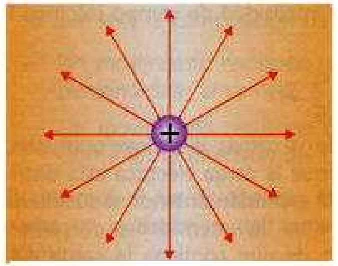
El campo eléctrico (III) :Líneas de fuerza

Como curiosidad, la idea de campo se introdujo en física a raíz de la descripción de las interacciones electromagnéticas, hecha por el Físico y Químico Inglés M. Faraday(1791-1867), mediante líneas de campo, posteriormente el concepto se extendió a la interacción gravitatoria

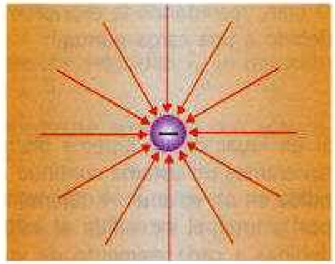
- Según hemos definido el campo eléctrico, encontramos, que es función de las coordenadas del punto, de la situación de la carga y del valor de esta, pero es independiente del valor de la carga de prueba.
- Cuando el campo es creado por una sola carga, las líneas de fuerza, representan las trayectorias que seguirían las cargas positivas abandonadas en el campo en una sucesión de caminos elementales partiendo todos ellos del reposo.
- Por convenio nacen el las cargas positivas y mueren en el infinito. O nacen en el infinito y mueren en las negativas ; o bien **nacen en las positivas y mueren en las negativas**

$$\vec{E}(p) = \frac{\vec{F}}{q^{+}} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{q}{r^2} \cdot \vec{u}$$

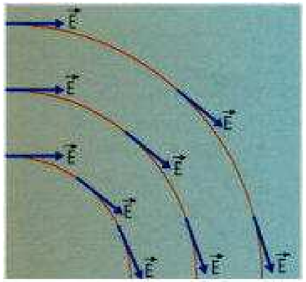




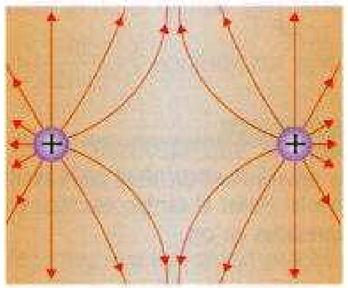
C eléctrico de una carga +



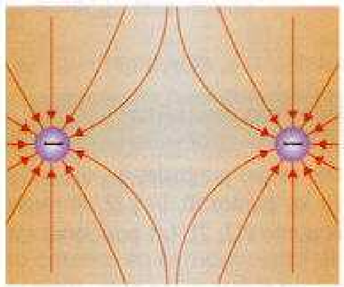
C eléctrico de una carga -



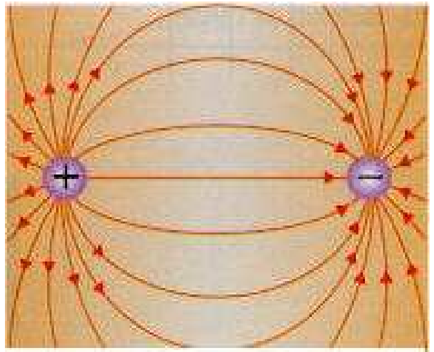
Lineas de fuerza del C Eléctric



C.E. de dos cargas +

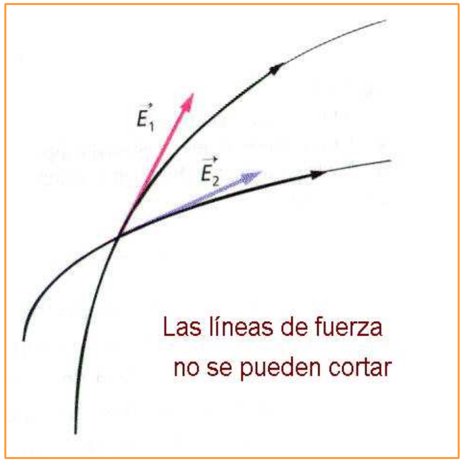


C.E. de dos cargas -

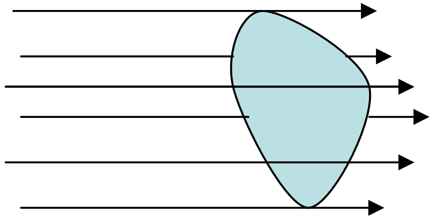


C.E de cargas de distinto signo

El Campo eléctrico(IV): Manantiales y sumideros del campo, tubos de fuerza,



- Las cargas positivas son las **FUENTES** del campo
- Las cargas negativas son los **SUMIDEROS** del campo.
- Las líneas de fuerza gozan de las mismas propiedades que las del campo gravitatorio, ya que las características que los definen son análogas,.
- Son campos de fuerzas CENTRALES y por lo tanto CONSERVATIVOS.
- La diferencia es, que el campo Gravitatorio es siempre atractivo (las fuerzas son atractivas hacia la causa creadora del campo . Sin embargo en el campo eléctrico, estas fuerzas pueden ser atractivas (cargas de diferente signo), o repulsivas (de igual signo)
- Las líneas de fuerza, por tanto, **no se pueden cortar**, si fuese así, en el punto de corte tendríamos dos valores del campo con lo cual este dejaría de estar unívocamente de terminado a pesar de ser una función de las coordenadas de cada punto.

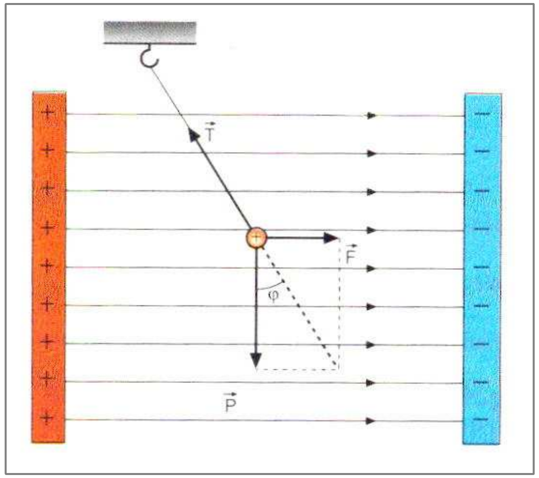


Tubo de fuerza

Se llaman Tubos de fuerza a la superficie que encierran las líneas de fuerza que pasan por los puntos de una superficie cerrada

El campo eléctrico (V): Campo eléctrico uniforme

Un campo eléctrico es uniforme, cuando su valor es constante en todos los puntos .
*Con un dispositivo formado por dos placas metálicas paralelas, y conectadas a los bornes de una batería, (un condensador) se logra que ambas placas, adquieran cargas iguales y opuestas. Si se desprecian los llamados efectos de bordes, se logra entre ambas placas **un campo eléctrico uniforme** . Hecho que se comprueba experimentalmente, situando un péndulo formado por una pequeña esfera cargada entre las dos palcas. El ángulo que forma el hilo con la vertical, es el mismo en cualquier posición en el interior de ambas placas , de lo que concluimos que el campo es UNIFORME*



$$tg\alpha = \frac{F}{mg}$$

El campo eléctrico (VI);Movimiento de cargas, bajo campos eléctricos uniformes

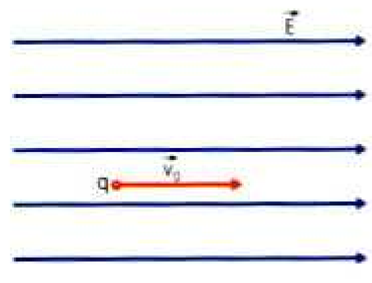
- Sea una partícula cargada, con carga q y masa m. Supongamos que sobre ella actúa un campo **E,** todo obliga a que aparezca sobre ella una fuerza **F=q.E,** en la dirección y sentido del campo, por lo que experimentará una aceleración.
- ***La f gravitatoria la podré despreciar frente a la f eléctrica***
- Si la partícula penetra en el campo con velocidad $\mathbf{v_0}$**,** en la dirección y sentido del campo eléctrico uniforme, la fuerza la obligará a desplazarse con movimiento rectilíneo y uniformemente acelerado, en la dirección y sentido del campo. Decelerado si penetra en sentido contrario a **E.**
- Si penetra en sentido perpendicular al campo, el movimiento resultante será la composición de uno uniforme en dirección perpendicular, y otro uniformemente acelerado en la dirección del campo.
- Si la dirección de las x es la perpendicular al campo podré escribir:

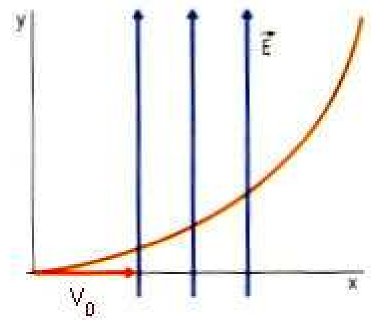
$$a_x = 0 \Leftrightarrow v_x = v_0 \Leftrightarrow x = v_0 \cdot t$$

$$a_y = \frac{q}{m} E \Leftrightarrow v_y = \frac{q}{m} \cdot E \cdot t \Leftrightarrow$$

$$y = \frac{q}{2m} E \cdot t^2 = \frac{qE}{2mv_0^2} \cdot x^2$$

$$\vec{a} = \frac{\vec{F}}{m} = \frac{q}{m} \vec{E}$$

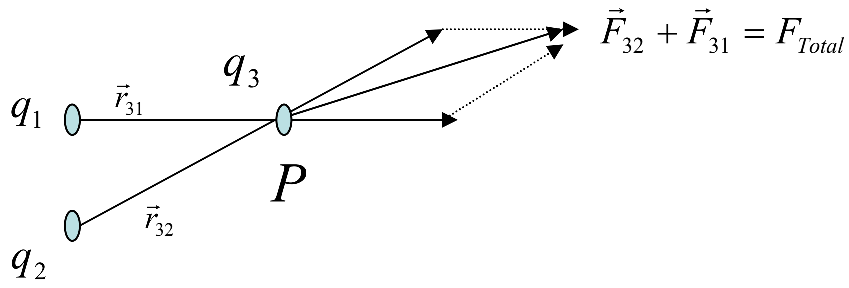




Ecuación que se corresponde con una parábola $y=f(x^2)$

El campo eléctrico (VII):Principio de Superposición; el dipolo electrostático

- El campo creado por un sistema de cargas puntuales es la suma de los campos que cada una produce por separado. Veamos:



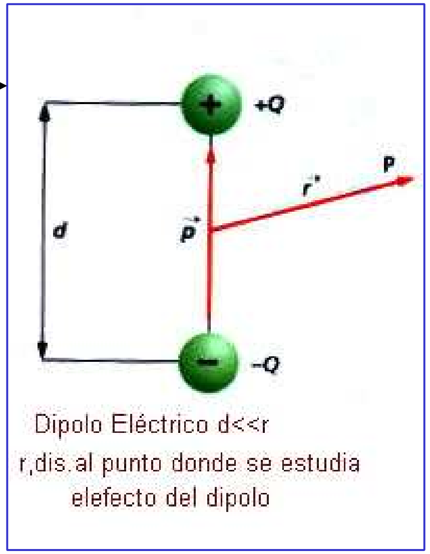
Suponiendo q_1 y q_2 ambas positivas, tendré:

$$\vec{E}(p) = \frac{\vec{F}_T}{q_3} = \frac{\vec{F}_{32} + \vec{F}_{31}}{q_3} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot q_1 \frac{\vec{r}_{13}}{r_{13}^3} + \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot q_2 \frac{\vec{r}_{23}}{\vec{r}_{23}^3} =$$

$$\vec{E}_1(p) + \vec{E}_2(p).$$

$$Si\ fuesen,\ n\ c\arg as: \vec{E}_T = \sum_{i=1}^{n} \vec{E}_i$$

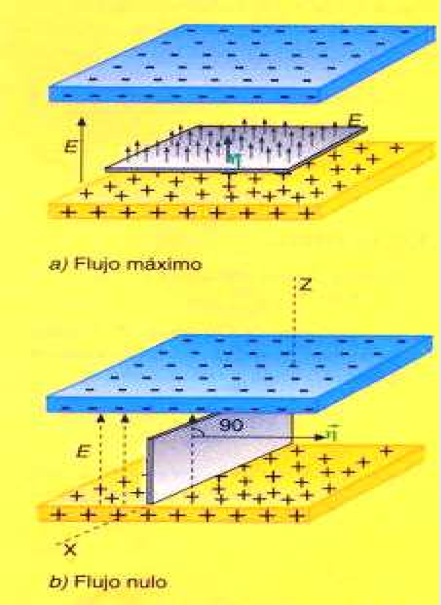
Un dipolo eléctrico, está formado por dos cargas iguales y opuestas, separadas por una distancia d, **pequeña**, comparada con la distancia al punto en el que se estudia su efecto



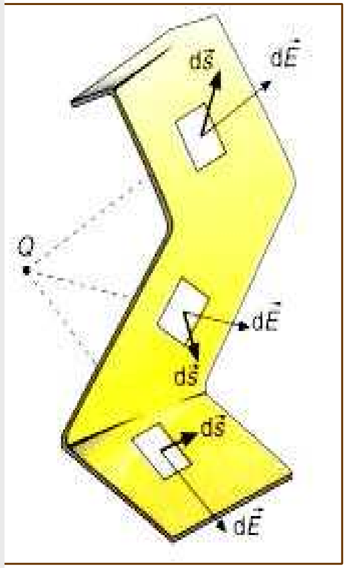
Llamamos **momento dipolar** eléctrico **(P)** de un dipolo, a un vector cuya dirección sigue la recta que une las cargas, el sentido de la negativa a la positiva, y módulo la distancia entre ellas por el módulo de una de las cargas

$$\vec{P} = Q \cdot \vec{d}$$

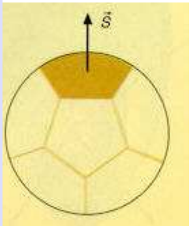
El campo eléctrico (VIII): Representación del campo: Flujo



- Al campo eléctrico lo representamos, por el número de líneas de fuerza que atraviesan, normalmente, la unidad de superficie (aunque realmente ese número es infinito).NO SETRATA MAS QUE DE UN SISTEMA DE REPRESENTACIÓN)
- Nos resultará muy útil, el concepto de flujo, para determinar el campo eléctrico, en ciertos casos en los que es difícil aplicar el principio de superposición (**por ejemplo en distribuciones de cargas no discretas y geometrías sencillas**)
- Si tengo en cuenta que la intensidad del campo **E**, es proporcional a la carga , podremos establecer una relación entre el número de líneas de fuerza que atraviesan una unidad de superficie, y la intensidad **E**. A esta relación es a la que llamamos, ***FLUJO.***



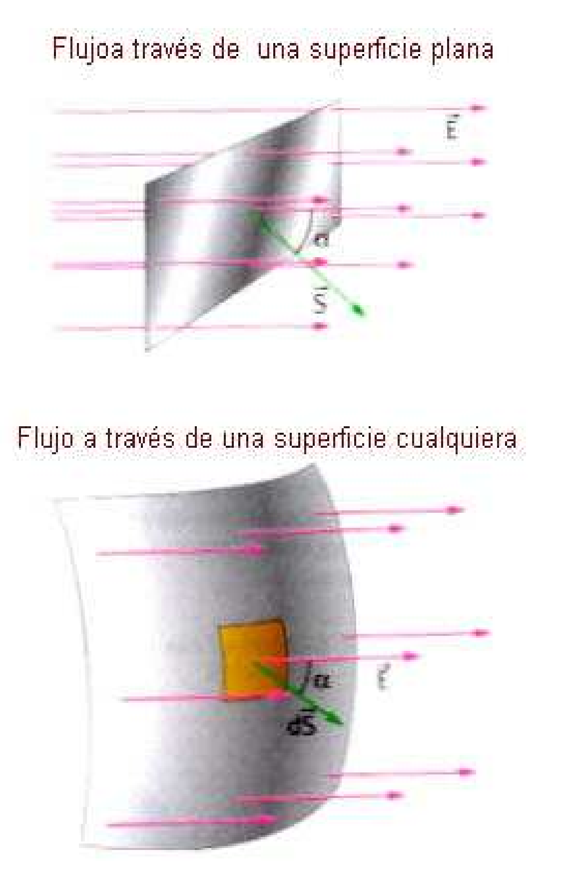
El vector representativo de una superficie es ***normal y hacia afuera***



El flujo depende de tres factores

Es proporcional a la intensidad del campo E
Es proporcional a la superficie atravesada.
Depende del ángulo que forman las líneas de campo y la normal . Máximo si este ángulo es nulo y mínimo si es de 90

El campo eléctrico (IX): Flujo:Teorema de Gauss(I)



Si $d\vec{S}'$ es un elemento de superficie normal, (perpendicular) a la dirección del campo $\vec{E}$

Si $d\Phi$ es el flujo que atraviesa esa superficie normal; escribiré :

$$E = \frac{d\Phi}{dS'};$$

$d\Phi = EdS'$; si dS' forma un ángulo α con la dirección del campo y por tanto con la dirección del vector representativo de la superficie dS; podré escribir :

$d\Phi = EdS \cdot \cos\alpha$; que en forma vectorial : $d\Phi = \vec{E}d\vec{S}$;

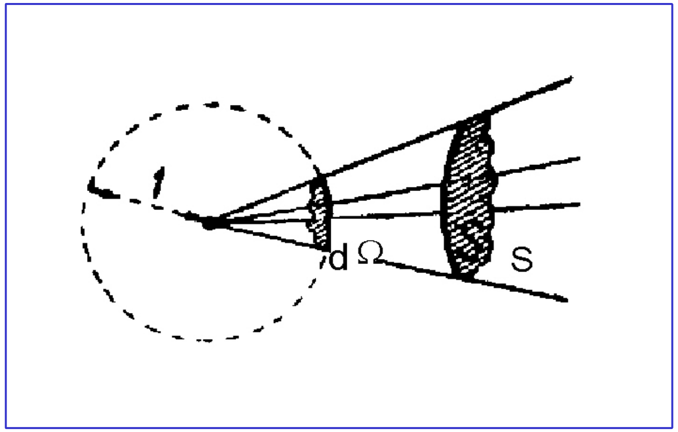
y el flujo total a través de una superficie finita, lo obtendré por integración :

$$\Phi = \int_S \vec{E}d\vec{S} = \int_S EdS\cos\alpha$$

- El teorema de gauss indica que el flujo eléctrico debido a una carga puntual q, a través de la superficie que la encierra es, el cociente entre el valor de la carga y la permitividad del medio. **$\Phi = q/\varepsilon$**
- Si lo que encierra esa superficie es un conjunto q_i de cargas , el flujo tendrá por valor la suma de estas cargas dividido por la permitividad del medio. El flujo, será entonces: **$\Phi = \Sigma q_i/\varepsilon$**

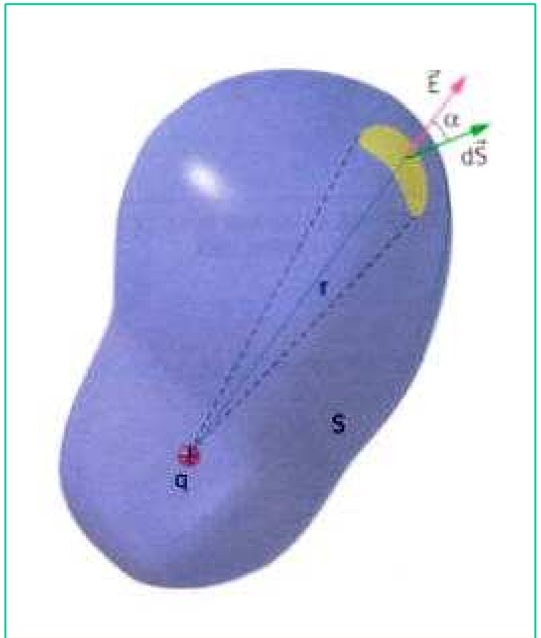
El campo eléctrico (X): Flujo: Teorema de Gauss (II) (Parte1)

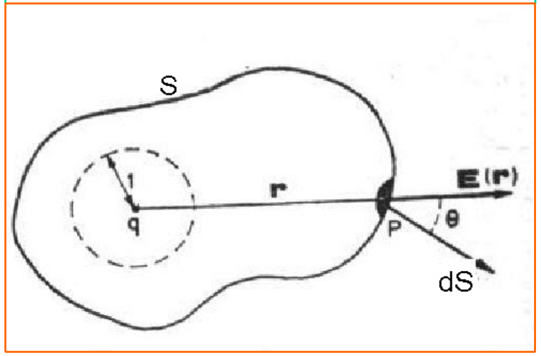
- Consideraciones previas:
- Ángulo Sólido : Sea una esfera de radio unidad con centro en la carga . Y otra esfera concéntrica con ella de radio **r**, que engloba a la superficie **s**. Llamamos Ángulo Sólido, **dΩ** a la superficie que determina, en la esfera de radio unidad, la figura geométrica que tiene por vértice **q**, y cuyas aristas pasan por el contorno de **dS**. Imaginemos un cono de base dS, y cuya generatriz recorre el contorno de **dS**
- Pero ocurre que dS.cosα (representativo del elemento de esfera de radio r con centro en q) y dΩ,el ángulo sólido , son proporcionales a los cuadrados de sus radios:



$$\frac{dS\cos\alpha}{d\Omega} = \frac{r^2}{1^2}; \quad \text{de donde}: \quad d\Omega = \frac{dS\cos\alpha}{r^2};$$

El campo eléctrico (XI): Flujo: Teorema de Gauss (III) (Parte2)





$$\frac{dS\cos\alpha}{d\Omega} = \frac{r^2}{1^2};\quad \text{de donde}:\quad d\Omega = \frac{dS\cos\alpha}{r^2};$$

es el valor del ángulo sólido que corresponde a $d\vec{S}$.

Ángulo Sólido elemental con que se "ve" $d\vec{S}$ desde q

Si ahora calculamos el flujo elemental a través de $d\vec{S}$:

$$d\Phi = \vec{E}\cdot d\vec{S} = EdS\cos\alpha = \frac{q}{4\pi\cdot\varepsilon\cdot r^2}\cdot dS\cos\alpha = \frac{q}{4\pi\varepsilon\cdot}d\Omega$$

El flujo total, a través de S(superficie gaussiana, será el mismo que a través de la superficie esférica de radio unidad)

$$\Phi = \int_S d\Phi = \int_S \vec{E}\cdot d\vec{S} = \int_S \frac{q}{4\pi\varepsilon\cdot}d\Omega = \frac{q}{4\pi\varepsilon\cdot}\int_S d\Omega. = \frac{q}{4\pi\varepsilon\cdot}\cdot 4\pi = \frac{q}{\varepsilon}$$

ya que la propia definición de ángulo sólido nos lleva a que

$\int_S d\Omega = \int_s 4\pi\cdot 1^2 = 4\pi$.La unidad de ángulo solido, es el Estereoradian.

Una esfera desde su centro se "ve" con un ángulo de 4π estereoradianes

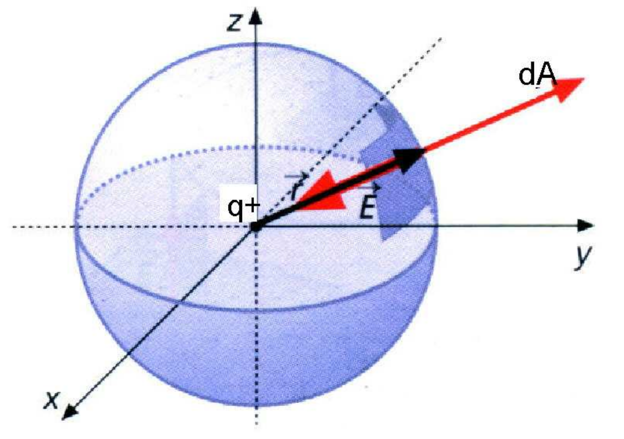
Si S, encierra a un conjunto de cargas q_i, tendré Φ_i flujos, y en definitiva:

$$\Phi_{total} = \Sigma q_i/\varepsilon$$

El campo eléctrico (XII): Teorema de Gauss (IV)

- Queremos comprobar, de nuevo el teorema de Gauss. Para esto, partiremos de otras premisas para demostrarlo..
- Se trata, como antes de comprobar que el flujo de un campo eléctrico a través de una superficie cerrada, es igual a ***la suma de todas las cargas encerradas dividido por la permitividad en el medio*** $\Phi = \Sigma q_i / \varepsilon_0$.
- Vamos a estudiar un caso particular sencillo:
- Una superficie esférica (superficie gaussiana) y en su interior una carga puntual q positiva

Una superficie Gaussiana ha de cumplir, que el campo es normal a ella en cada punto y su módulo constante



flujo a través de una superficie

$\vec{E} = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{\vec{r}}{r^3}$; si quiero calcular el flujo total $\Phi = \oint_{Aesfera} \vec{E} . d\vec{A}$; sobre cada punto de la esfera, el campo es radial y paralelo a $d\vec{A}$; Por tanto :

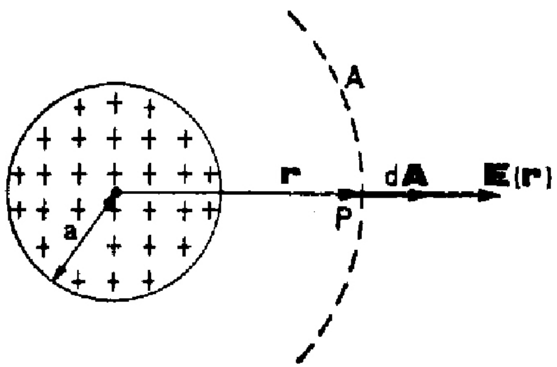
$$\Phi = \oint_{Aesfera} \vec{E} . d\vec{A} = \oint_{Aesfera} E . dA \cdot \cos\theta = (\cos\theta = 1) = \oint_{Aesfera} E . dA = \oint_{Aesfera} \frac{q}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{1}{r^2} \cdot dA = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{1}{r^2} \oint_{Aesfera} dA =$$

$$\frac{q}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{1}{r^2} \cdot 4\pi r^2 = \frac{q}{\varepsilon_0}.$$

Si tengo q_i cargas, tendreé Φ_i flujos; y en definitiva $\Phi_{Total} = \frac{\sum q_i}{\varepsilon_0}$

El campo eléctrico (XIII): Teorema de Gauss (VI) Aplicaciones (I) .Campo creado por una esfera, uniformemente cargada en equilibrio electrostático, en un punto exterior (Parte1)

campo en un pto exterior a una sup.



•Un conductor se encuentra en equilibrio electrostático, cuando **sus cargas están en reposo.**

Para el cálculo del campo en un punto exterior P, la superficie Gaussiana que elijo es una esfera concéntrica (**A**) con la distribución de carga y que pasa por P,
Si la distribución de carga es uniforme, el campo será RADIAL,
Ya que de no ser así, existirían direcciones “Privilegiadas” del campo, en contra de la lógica simetría
Además la elección de la superficie obliga a que el campo sea normal y constante alo largo de esta, porque la distancia es igual y la distribución es uniforme

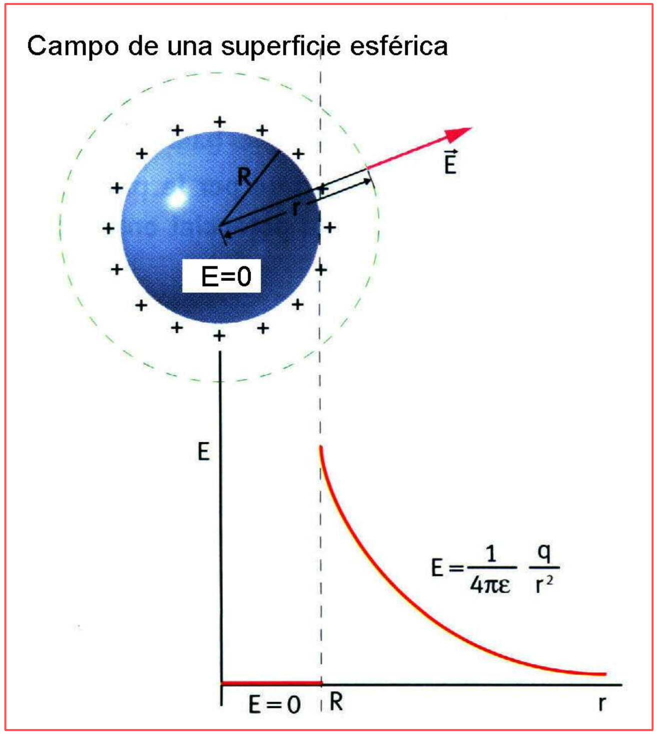
El campo eléctrico (XIV): Teorema de Gauss (VI) Aplicaciones (I) .Campo creado por una esfera, uniformemente cargada en equilibrio electrostático, en un punto exterior (Parte 2)

- En todo conductor cargado, sus cargas estarán sobre la superficie y distribuidas uniformemente. Es la única forma de tener la mayor separación posible entre ellas y que no se muevan.
- Una consecuencia inmediata, es que el campo en el interior de un conductor en equilibrio es nulo; ***pues no existe carga***.
- Esta última afirmación puede comprobarse mediante el teorema de Gauss, Tomando como superficie gaussiana una esfera interior a la distribución de carga
- $$\Phi = E\oint_S dS = \frac{Q_{interior}}{\varepsilon} = 0 \text{ por que la carga en interior es nula} \Rightarrow E = 0$$
- La aplicación del teorema , nos lleva a :

$$\Phi = \oint_A \vec{E}\cdot d\vec{A} = \oint_A E\cdot dA = E\oint_A dA = \frac{Q}{\varepsilon}; \text{pero } A = 4\pi\cdot r^2 \Rightarrow E = \frac{1}{4\pi\varepsilon}\cdot\frac{Q}{r^2}$$

Conclusión: el campo producido por esta distribución de carga, ***es el mismo que produciría una carga puntual situada en el centro de la distribución***

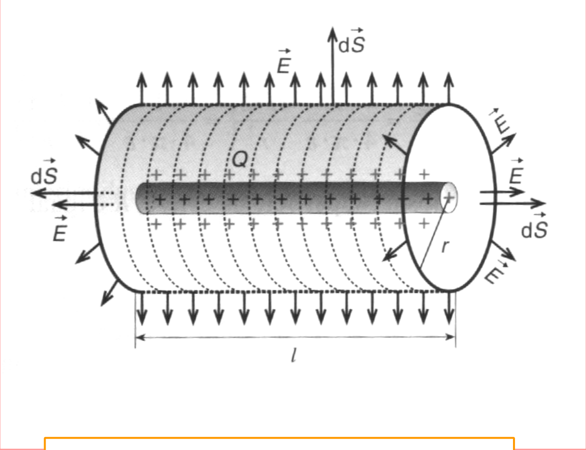
El campo eléctrico (XV): Teorema de Gauss (VII) Aplicaciones (II).Campo creado por una esfera uniformemente cargada en equilibrio electrostático, en un punto de su superficie

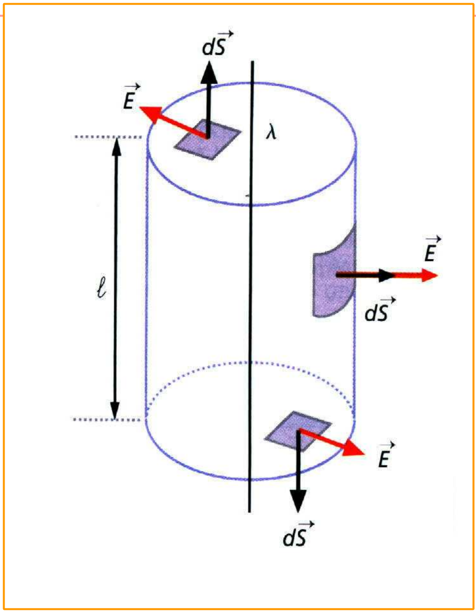


- Ahora aplicaremos el teorema de Gauss, para calcular el campo sobre la superficie del conductor.
- Hemos de partir de la ecuación anterior: $E=1/4\pi\varepsilon . Q/r^2$
- Defino una densidad superficial de carga :
- Carga por unidad de superficie $\sigma = Q/A$. Donde Q es la carga total sobre la superficie del conductor y A la superficie.
- El campo en la superficie del conductor es radial, si no fuese así, existiría una componente tangencial del campo que obligaría a desplazarse a las cargas a lo largo de la superficie, con lo que dejaría de estar en equilibrio electrostático.
- El cálculo de este campo obedecerá a los mismos criterios que en el caso anterior, sin mas que tener en cuenta que r=R

$$E = \frac{1}{4\pi\varepsilon} \cdot \frac{Q}{R^2} = \frac{1}{4\pi\varepsilon} \cdot \frac{\sigma \cdot A}{R^2} = \frac{1}{4\pi\varepsilon} \cdot \frac{\sigma \cdot 4\pi \cdot R^2}{R^2} = \frac{\sigma}{\varepsilon}$$

El campo eléctrico (XVI):Teorema de Gauss (VIII) Aplicaciones (III).Campo creado por un conductor o cilindro uniformemente cargado en equilibrio electrostático, en un punto exterior





- Parece que la simetría nos impone una superficie gaussiana, consistente en un cilindro, cuya superficie contenga la punto (P, a dist.r) donde queremos calcular el campo
- .
$$\Phi = \oint_{Stotal} \vec{E}d\vec{S} = \oint_{Slateral} \vec{E}d\vec{S} + \oint_{SBasesl} \vec{E}d\vec{S}$$
- De la observación del dibujo, concluimos que el flujo neto a través de las bases es nulo (se anula el de la izda. con el de dcha.)con lo que
- Pero, como El campo es paralelo al vector representativo de la superficie en el lateral de la superficie gaussiana, los vectores E y S forman un ángulo de 0º, y **cos0º=1**
- Cabe ahora definir una densidad lineal de carga como la cargo por unidad de longitud:

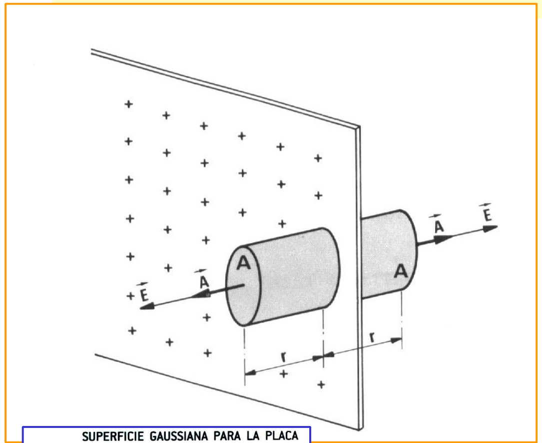
$$\Phi = \oint_{Stotal} \vec{E}d\vec{S} = \oint_{Slateral} \vec{E}d\vec{S} = \frac{Q}{\varepsilon}; \text{pero el campo es constante}$$

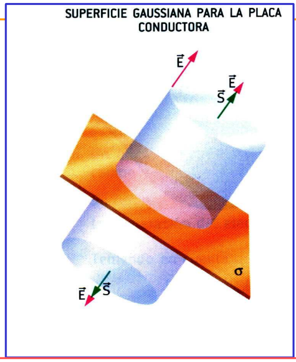
$$\text{a lo largo de toda la superficie gaussiana} \Rightarrow E\oint_{Slateral} dS = \frac{Q}{\varepsilon}$$

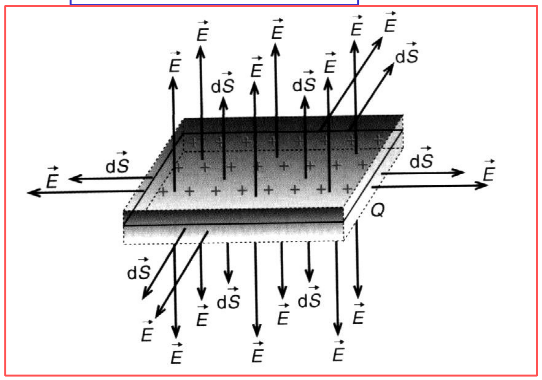
$$\lambda = \frac{Q}{l}, \text{el conductor está uniformemente cargado}$$

$$\text{En definitiva: } E \cdot 2\pi \cdot r \cdot l = Q/\varepsilon \;;\; E = \frac{Q}{2\pi . r . \varepsilon . l} = \frac{\lambda}{2\pi . r\varepsilon}$$

El campo eléctrico (XVII): Teorema de Gauss (IX). Aplicaciones (IV).Campo creado por una lámina plana indefinida uniformemente cargada en equilibrio electrostático







- Otra de las aplicaciones del teorema de Gauss, que siempre resulta muy útil en el estudio del campo para geometrías “sencillas”, Es, en este caso, una Lámina Plana
- La superficie Gausiana que nos “interesa”,es un cilindro de bases paralelas al plano conductor. O, un paralelepípedo que envuelve al conductor , si el conductor fuese finito.
- El flujo que atraviesa dicho cilindro, se debe exclusivamente al que fluye a través de las dos bases; si no fuese así, un campo tangencial u oblicuo por la superficie lateral, siempre tendría una componente tangencial que obligaría al desplazamiento de las cargas, en contra del principio de equilibrio electrostático. En realidad el cilindro se comporta como un tubo de fuerza.
- Aplicando en esta circunstancia el teorema de Gauss

$$\Phi = \oint_{STotal} \vec{E}\cdot d\vec{S} = \oint_{SBases} E\cdot dS \,(E \text{ es paralelo a dS y cte. en ambas bases })$$

Tendré, como en el caso anterior $\Phi = E \oint_{SBases} \cdot dS = E.2S = \dfrac{Q}{\varepsilon}$

$E = \dfrac{Q}{2S\varepsilon}$.(si defino una densidad superficial de carga $\sigma = \dfrac{Q}{S}$

Podré escribir, en conclusión $E = \dfrac{\sigma}{2\varepsilon}$

El Campo eléctrico (XVIII): Energía potencial Eléctrica (I)

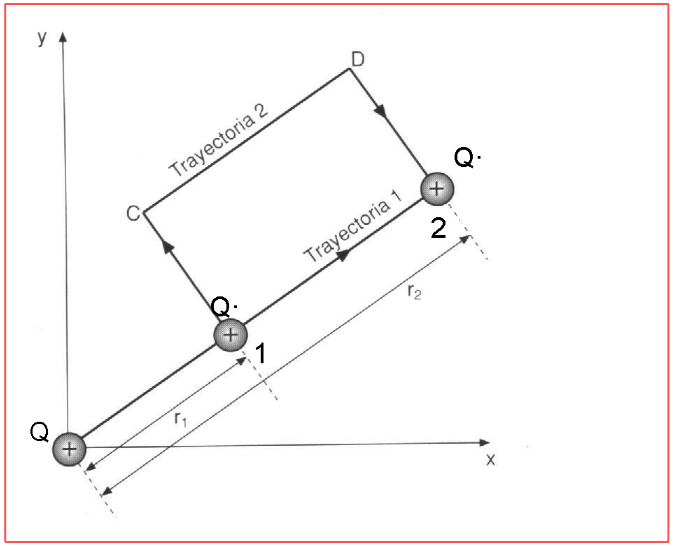
- El campo eléctrico es un campo de fuerzas centrales, y por lo tanto conservativo. De la misma forma que para el estudio del campo gravitatorio, existirá una magnitud "Energía Potencial".
- El trabajo para transportar una carga Q_1, en un campo producido por otra carga Q; del punto 1 al punto 2:

$$W_{1-2} = -\Delta E_P = \int_1^2 \vec{F} \cdot d\vec{r} = \left\{ \begin{array}{l} dW = \vec{F} \cdot d\vec{r} = \\ q \cdot \vec{E} \cdot d\vec{r} = -dE_P \\ \text{que es la expresión} \\ \text{diferencial} \end{array} \right\}$$

- Cuando el trabajo lo realiza el campo W>0, el signo negativo nos indica que dicho trabajo es realizado por el propio campo a costa de su energía potencial.
- Cuando el trabajo es efectuado en contra del campo, W<0; significa, que hay un aumento de energía potencial

Para recordar

El trabajo solo depende de los estados inicial y final y no del camino



El Campo Eléctrico (XIX): Trabajo positivo; Trabajo negativo

- Trabajo del campo positivo (W>0)
- implica que la carga q se desplaza por acción de las fuerzas del campo eléctrico.
- La carga q disminuye su energía potencial.
- Esta situación se da cuando se separan dos cargas del mismo signo o se acercan dos cargas de signo contrario
- Trabajo del campo negativo (W<0)
- La carga q se desplaza por acción de una fuerza exterior al campo eléctrico.
- La carga q aumenta su energía potencial eléctrica
- Esta situación se da cuando se acercan dos cargas del mismo signo o se separan dos cargas de sentido contrario

El Campo eléctrico (XX): Energía potencial Eléctrica (II)

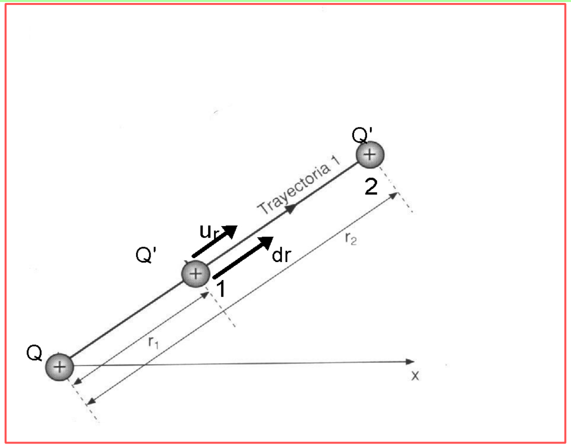
$$-\Delta E_P = -(E_{P2} - E_{P1}) = E_{P1} - E_{P2} = \int_1^2 \vec{F} \cdot d\vec{r} = \int_1^2 Q'\vec{E} \cdot d\vec{r} = Q'\int_1^2 \vec{E} \cdot d\vec{r};$$

$$Ep_1 - Ep_2 = Q'\int_1^2 \frac{1}{4\pi\varepsilon} \cdot \frac{Q}{r^2} \cdot \vec{u}_r \cdot d\vec{r} \begin{Bmatrix} \vec{u}_r, y, d\vec{r} \\ \text{son paralelos.} \\ \text{por tanto, su producto} \\ \text{es } \vec{u}_r \cdot d\vec{r} = dr \end{Bmatrix} = \frac{Q \cdot Q'}{4\pi\varepsilon}\int_1^2 \frac{1}{r^2} =$$

$$\frac{Q \cdot Q'}{4\pi\varepsilon}\left[\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2}\right]; \text{Este trabajo no depende de la trayectoria; en definitiva :}$$

$$W_{1\to 2} = -\Delta E_P = E_{P1} - E_{P2} = \frac{Q \cdot Q'}{4\pi\varepsilon}\frac{1}{r_1} - \frac{Q \cdot Q'}{4\pi\varepsilon}\frac{1}{r_2}.$$

Calcularemos ahora el valor de la energía potencial eléctrica.
Sea Q (positiva), la creadora del campo



La Energía potencial (E_p), es el trabajo realizado para transportar Q' desde P hasta el infinito (trabajo realizado por las fuerzas del campo). O bien :
Trabajo realizado contra las fuerzas del campo para transportar la carga Q'(a velocidad constante) desde el infinito hasta el punto.
Siempre el W y La ΔE_P, tienen signos opuestos.Por ello este trabajo siempre ha de ser cambiado de signo
El trabajo realizado por la fuerza conservativa del campo es igual a la disminución de E_P

Aunque solo tienen sentido físico las variaciones de energía potencial, es conveniente definir un posición para la cual E_P=0, es decir, un origen de energías . Lo elegiremos por convenio en el infinito, o dicho de otra forma; en un punto lo "suficientemente" alejado, para que dejen de notarse los efectos del campo.
Por lo tanto , si $r_2 \to \infty$. Podré escribir que el valor de la E_P en un punto P; será:

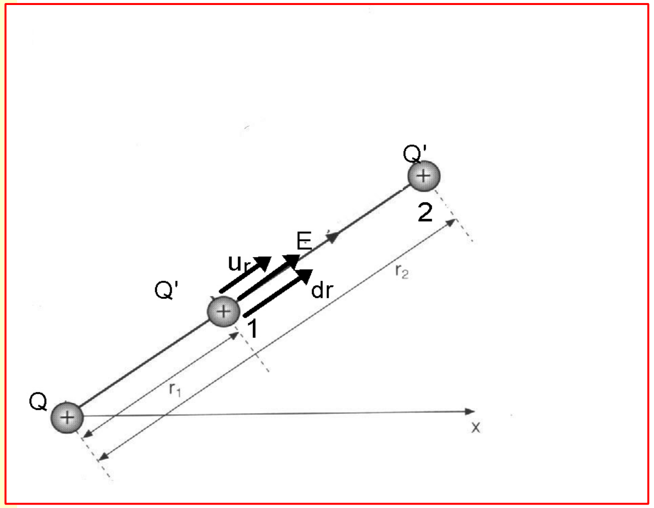
$$E_p = \frac{1}{4\pi\varepsilon}\frac{QQ'}{r}$$

El campo eléctrico (XXI): El potencial Eléctrico (I)

Definimos el potencial eléctrico, análogamente al caso del potencial gravitatorio, como la energía potencial por unidad de carga positiva, en este caso, ya que la carga positiva es la responsable de la creación del campo.
El potencial, es, como la energía potencial, un escalar (Depende de la posición), por lo que ofrece una manera mas sencilla de describir los fenómenos electrostáticos que la que pueda ofrecernos el campo.
Una carga, por lo tanto crea dos tipos de campos, uno escalar (Potencial V) y otro vectorial (Campo **E**), ambos están interrelacionados y a partir de uno podemos obtener el otro.
Sea Q, positiva. Si Q'=1 al trabajo para desplazar la carga de 1 a 2 , es a lo que llamo Potencial V, y escribiré: $W_1^2 = -\Delta E_P = = -\Delta V$

$$W_1^2(Q'=1) = \int_1^2 \vec{E}\cdot d\vec{r} = \int_{r_1}^{r_2} \frac{1}{4\pi\varepsilon}\frac{Q}{r^2}\vec{u}_r d\vec{r} = \frac{Q}{4\pi\varepsilon}\left[-\frac{1}{r}\right]_{r_1}^{r_2} = \frac{Q}{4\pi\varepsilon}\left[\frac{1}{r_1}-\frac{1}{r_2}\right] = -\Delta V = V_1 - V_2$$

También podré escribir $W_1^2 = Q'(V_1 - V_2)$



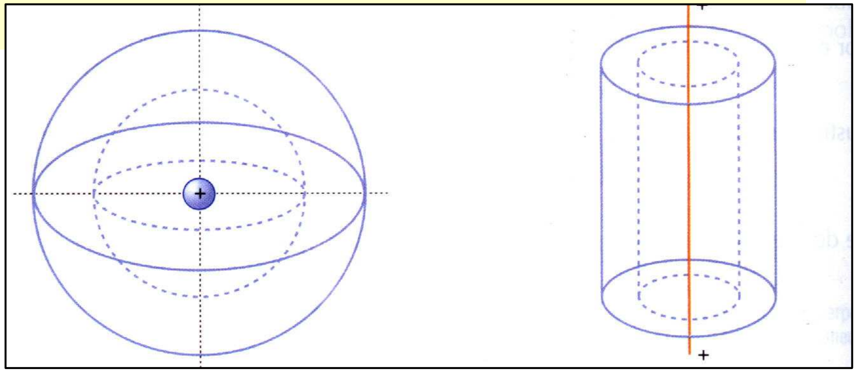
De la misma forma que para el caso de la Energía potencial, no nos es posible medir potencial entre dos puntos, sino solo diferencias de potencial.
No obstante, si elegimos un origen arbitrario de potencial en el infinito, podremos escribir:

La unidad del SI de Potencial es el Voltio.

$r_2 \to \infty \Rightarrow V_2=0$, y por tanto podré poner $V_1 = Q/4\pi\varepsilon . 1/r_1$, que es la definición de potencial eléctrico en un punto

El campo eléctrico (XXII): El potencial eléctrico (II)

- De la definición de potencial $V=Q/4\pi\varepsilon r$, deducimos que es un escalar, (el campo de potenciales es un campo escalar) posee un valor en cada punto del espacio que rodea a una carga.
- El valor del potencial en un punto, depende de la carga creadora del campo y de la distancia del punto a la carga, y no tiene dirección ni sentido al ser un escalar.
- El potencial eléctrico, toma el mismo valor en todos los puntos que equidistan de Q
- Las superficies equipotenciales, son el lugar geométrico de los puntos que tienen el mismo potencial.
- Para una carga Q, serán esferas concéntricas con centro en Q, para una distribución lineal de carga (λ)a lo largo de un hilo conductor, serán cilindros coaxiales con esa distribución como eje.

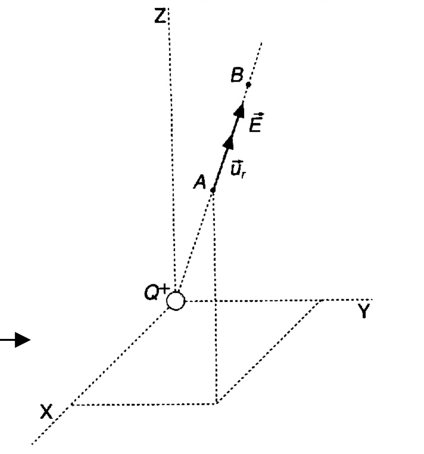


El campo eléctrico (XXII): El potencial eléctrico (III). Consideraciones sobre el potencial (I)

- Hemos visto que el potencial eléctrico en un punto viene dado por :

$$V_A = \int_A^\infty \vec{E} \cdot d\vec{r};$$

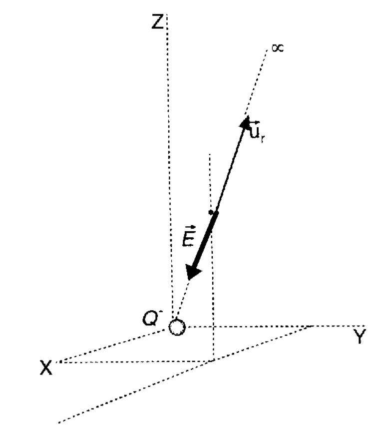
- Con lo que se entiende, que en potencial en un punto, es el trabajo necesario para transportar la unidad de carga positiva, desde dicho punto hasta el infinito. La carga creadora del campo es positiva, y este trabajo es realizado ***por las fuerzas del campo***.
- En general; se podrá definir el potencial en un punto en función del trabajo, como: El trabajo necesario –cambiado de signo-realizado por la fuerza conservativa del campo, para llevar la unidad de carga desde el infinito hasta el punto considerado, (observar que es la misma definición que la mostrada en el segundo punto de este apartado). ***En cualquier caso, equivale al trabajo que tenemos que hacer nosotros, para llevar, con velocidad constante. la unidad de carga positiva, desde el infinito al punto considerado***
- Si la carga creadora del campo fuese negativa, estaremos en el mismo caso que en el campo gravitatorio. Y el potencial representa el trabajo realizado por las fuerzas del campo para transportar la unidad de carga positiva desde el infinito al punto



Si la carga creadora del campo es negativa : $\vec{E}$ y $d\vec{r}$, tiene sentidos distintos

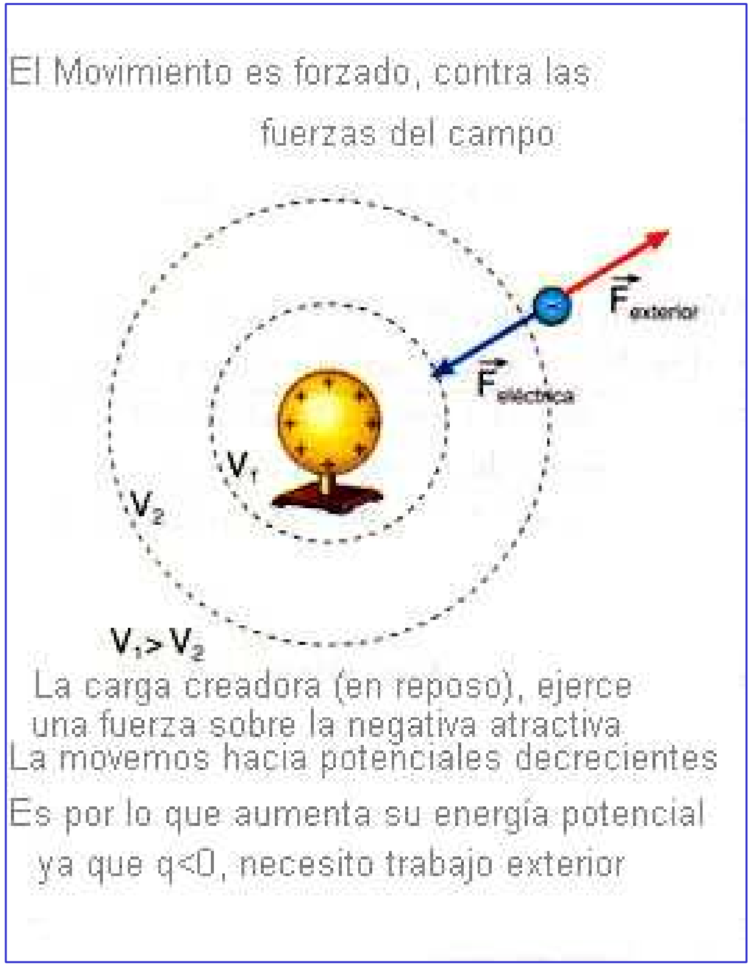
$$V_A = \int_A^\infty \vec{E} \cdot d\vec{r}; \{\cos 180^\circ = -1\}; = -\int_A^\infty E \cdot dr = \int_\infty^A E \cdot dr = \frac{Q}{4\pi\varepsilon}\int_\infty^A \frac{dr}{r^2} = \frac{Q}{4\pi\varepsilon}\left[-\frac{1}{r}\right]_\infty^A;$$

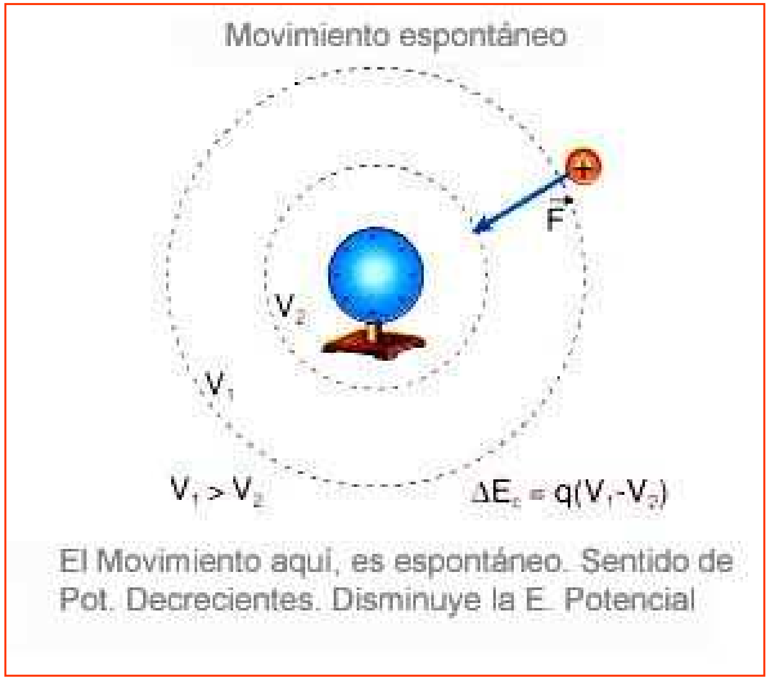
$$V_A = -\frac{Q}{4\pi\varepsilon}\frac{1}{r_A}.$$



El potencial de una carga negativa es negativo

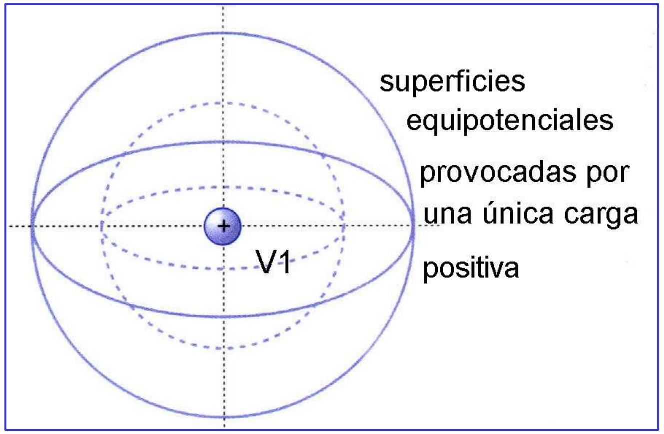
El campo eléctrico (XXIV): El potencial eléctrico (IV).
Consideraciones sobre el potencial (II); Movimiento espontáneo

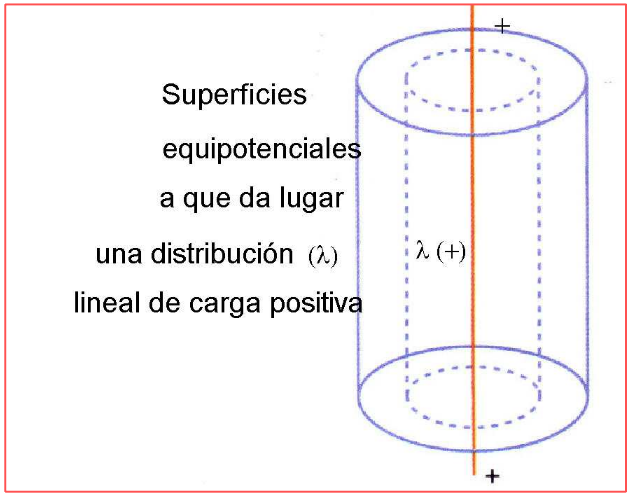




El campo eléctrico (XXV): El potencial eléctrico (V). Consideraciones sobre el potencial (III)

- Aún temiendo resultar insistente : *Una superficie equipotencial es el lugar geométrico de los puntos que tienen el mismo potencial*. Como el potencial, ha de tomar el mismo valor en todos los puntos que equidistan de la carga Q, creadora del campo, dicho lugar geométrico, solo puede ser una esfera con centro en Q. Si la distribución fuese la de un conductor rectilíneo, indefinido, uniformemente cargado; las superficies equipotenciales solo podrán ser cilindro coaxiales con el hilo conductor.





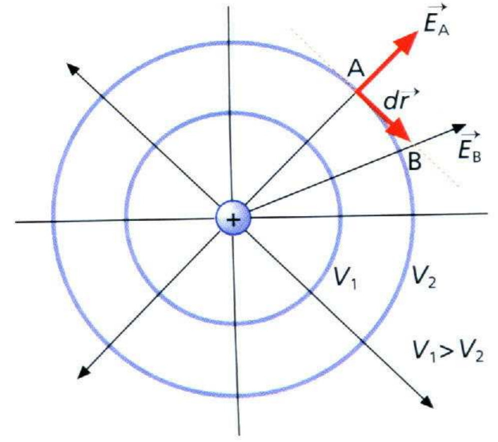
La forma diferencial del potencial, que lo relaciona con el campo, se puede deducir del propio concepto de potencial, pero si queremos darle forma matemática:

$$V_A - V_B = \frac{W_{A\to B}}{q} = \int_A^B \frac{\vec{F}}{q}\cdot d\vec{r} = \int_A^B \vec{E}\cdot d\vec{r}. \quad \text{pero}: \int_A^B dV = V_B - V_A$$

es decir : $dV = -\vec{E}\cdot d\vec{r}$

El campo eléctrico (XXVI): El potencial eléctrico (VI). Consideraciones sobre el potencial(IV)

- Cuando una carga se mueve a lo largo de una superficie equipotencial, ***no se realiza ningún trabajo,*** ya que la diferencia de potencial entre el origen(1), y el destino(2),es nula y :W=Q(V_1-V_2)
- La intensidad del campo eléctrico en un punto, es perpendicular a la superficie equipotencial en ese punto. De no ser así, y la línea de fuerza cortase oblicuamente a la superficie equipotencial, debería haber una componente tangencial del campo y por tanto de la fuerza, que actuaría a lo largo de la superficie equipotencial , con lo que el trabajo al desplazarse una carga por esa superficie sería distinto de cero:



Corte por un plano diametral de las superficies equipotenciales del campo creado por una carga puntual positiva. Las líneas de campo dibujadas son las correspondientes a dicho plano. Son perpendiculares a las superficies equipotenciales.

La forma diferencial que relaciona $\vec{E}$ y V, es :

$dV = -\vec{E} \cdot d\vec{r}$. pero si estoy en superficie equipotencial $dV = 0$

por tanto $\vec{E}$ es $\perp$ a $d\vec{r}$(despalzamiento a lo largo de la superficie)

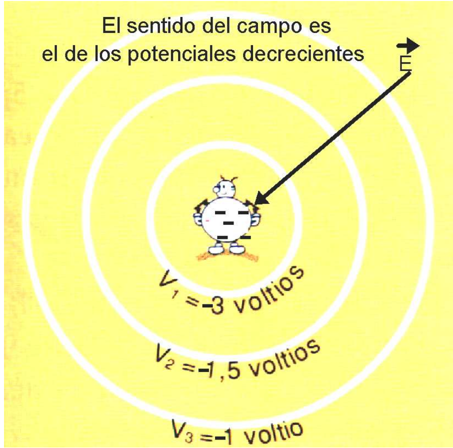
Se puede deducir de otra forma :

si desplazo un carga a lo largo de una superficie equipotencial entre los puntos A y B

el trabajo será nulo y : $W_{A\to B} = \int_A^B \vec{F} \cdot d\vec{r} = 0 \Rightarrow \vec{F} \perp d\vec{r}$ y por lo tanto $\vec{E} \perp d\vec{r}$

El campo eléctrico (XXVII): El potencial eléctrico (VII). Consideraciones sobre el potencial(V)

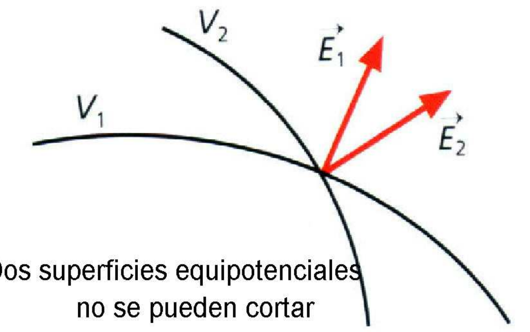
- El signo del potencial coincide con el de la carga. Será positivo en todos los puntos, si la carga es positiva, y negativo en caso contrario.
- De la propia definición de potencial eléctrico en un punto se infiere que: El potencial eléctrico en un punto, es igual a la energía potencial que posee la unidad de carga positiva si estuviese colocada en ese punto.
- La Intensidad del campo eléctrico tiene el sentido de los potenciales ***decrecientes,*** ya que cuando una carga se mueve espontáneamente dentro de un campo eléctrico, lo hacia siempre en el sentido de que su energía potencial disminuye. Este sentido para una carga positiva coincide con el vector intensidad del campo
- La propia expresión diferencial del potencial $dV = -\mathbf{E}.\mathbf{dr}$, indica que el campo tiene el *sentido de los potenciales decrecientes*



V=f(1/r)

El campo eléctrico (XXVIII): El potencial eléctrico (VIII). Consideraciones sobre el potencial (VII). Unidades de Potencial. **El electrón-voltio**

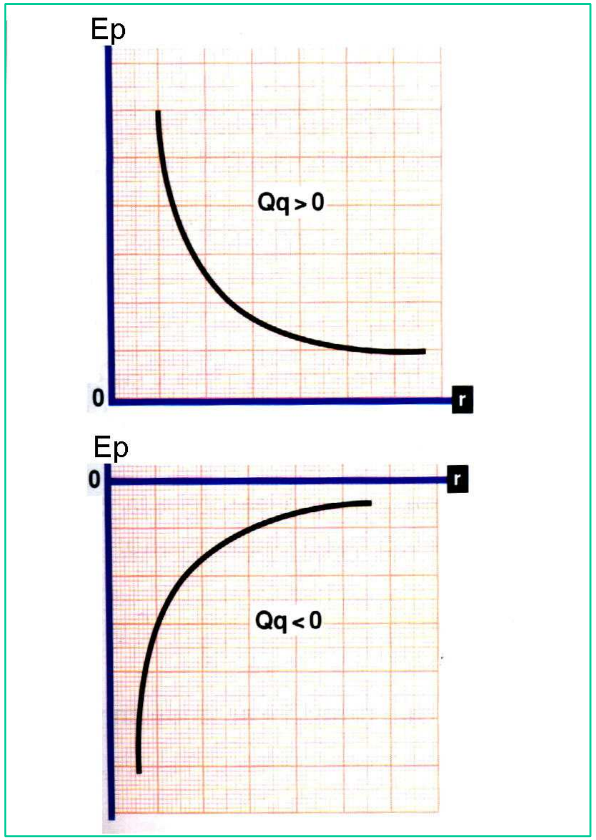
- Dos superficies equipotenciales nunca podrán cortarse. Si lo hiciesen, en todos los puntos de la línea de corte, tendríamos dos valores del vector intensidad del campo, cada uno de ellos perpendicular a su superficie, con lo cual el campo **no estaría unívocamente determinado.**
- Una razón fundamentada en geometría para el caso de una carga puntual:
- Las esferas concéntricas nunca se podrán cortar, lo mismo se puede decir de cilindros coaxiales. Aunque no cabe duda de que el razonamiento anterior es mas generalizado



Dos superficies equipotenciales no se pueden cortar

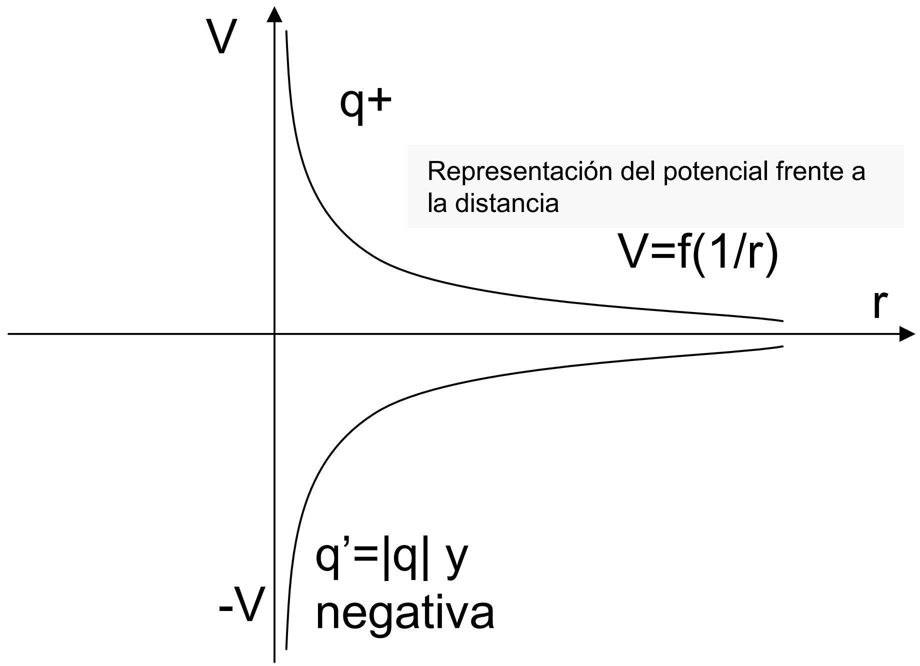
Una unidad que se utiliza con frecuencia en electrónica y física atómica, es; el electrón –voltio, que **se trata de una unidad de energía** (recordemos que W=q(V-V')). Un electrón voltio(eV), *se define como la energía que adquiere un electrón al ser acelerado por una diferencia de potencial de 1Voltio*:

$1eV=1{,}602.10^{-19}$Julios



Representación de la energía potencial frente a la distancia

- La representación de la Energía potencial y el potencial son análogas, pues ambas son función de la inversa de la distancia E_P=f(1/r) también V=f(1/r)



El campo eléctrico (XXX) :Potencial de una distribución discreta de cargas. Principio de superposición

•Ahora calcularemos el potencial para un conjunto discreto: $Q_1, Q_2, Q_3 ....Q_n$, cargas puntuales

$$V = -\int \vec{E} \cdot d\vec{r} = -\int (\vec{E}_1 + \vec{E}_2 + \vec{E}_3 + ...\vec{E}_n) \cdot d\vec{r} = -\int \vec{E}_1 . d\vec{r} - \int \vec{E}_2 . d\vec{r} - \int \vec{E}_3 . d\vec{r} - .... - \int \vec{E}_n . d\vec{r} =$$

$$V_1 + V_2 + V_3 + ... + V_n .$$

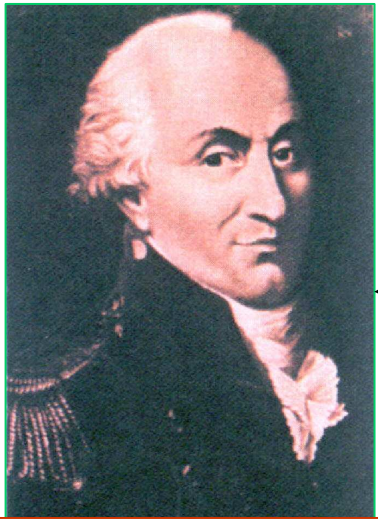
Por lo tanto , el potencial de una distribución discreta de cargas, es la suma algebraica de los potenciales debidos a cada carga individual, e independientemente considerada.

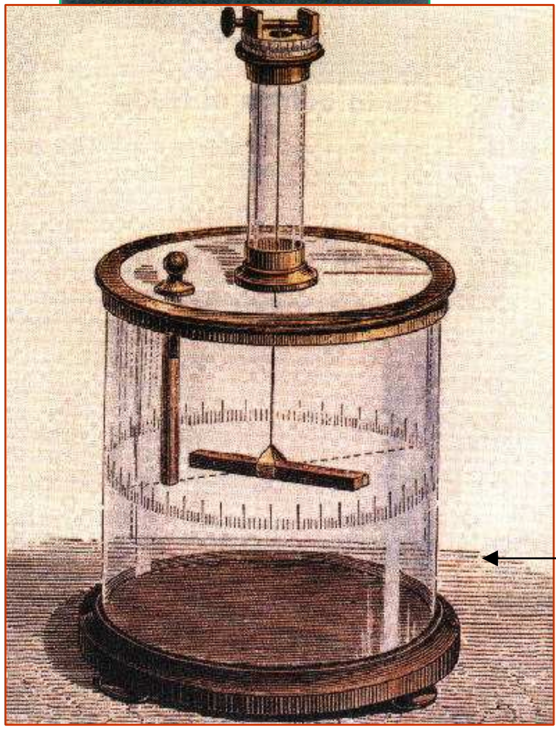
$$V = \sum_{i=1}^{n} V_i$$

El Campo eléctrico (XXXI):Analogías y diferencias entre los campos eléctrico y gravitatorio

- Ambos son campos de fuerzas centrales y por lo tanto conservativos
- La fuerza que define a ambos es función de la inversa del cuadrado de la distancia.
- Las líneas de fuerza, producidas por una carga, son abiertas y perpendiculares a las superficies equipotenciales.
- El campo gravitatorio es universal, existe para todos los cuerpos, el campo eléctrico solo existe si hay carga
- El campo gravitatorio es siempre atractivo mientras que el eléctrico puede ser también repulsivo.
- La constante electrostática ($1/4\pi\varepsilon$) es del orden de 10^{20}veces mayor que G con lo qu concluimos que el campo gravitatorio es muy débil frente al campo eléctrico.
- La constante G es universal, mientras que $1/4\pi\varepsilon$ depende del medio.
- Una masa en reposo o movimiento siempre crea el mismo campo gravitatorio. Sin embargo una carga en movimiento, además de un campo eléctrico crea también un campo magnético

El Campo Eléctrico (XXXII):Apéndice





- A Charles Coulomb(1736-1806), se le atribuye el descubrimiento de la ley que relaciona la fuerza, con las cargas y la distancia, aunque esta, fue descubierta antes que él por Priestley y por Cavendish. Posiblemente, aspectos cuantitativos de la ley fueron descubiertos por Coulomb utilizando una balanza de torsión, como la de la imagen de la izquierda

Campo eléctrico XXXIII: Formulario (I)

Ley de Coulomb	$\vec{F} = \frac{1}{4\pi\varepsilon} \cdot \frac{q.q'}{r^2} \vec{u}_r$ $\frac{1}{4\pi\varepsilon} = \text{en vacío} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} = 9.10^9\, Nw.m^2/cul^2$
Campo eléctrico	$\vec{E}(p) = \frac{\vec{F}}{q^+} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{q}{r^2} \cdot \vec{u}$
Movimiento de cargas bajo campos eléctricos uniformes	$\vec{a} = \frac{\vec{F}}{m} = \frac{q}{m} \vec{E}$
Principio de superposición	$\vec{E}_T = \sum_{i=1}^{n} \vec{E}_i$
Dipolo eléctrico	$\vec{P} = Q \cdot \vec{d}$
Flujo del campo Eléctrico	$\Phi = \int_S \vec{E} d\vec{S} = \int_S E dS \cos\alpha$
Teorema de Gauss	$\Phi_{total} = \Sigma q_i / \varepsilon$
Campo creado por una esfera uniformemente cargada, en equilibrio electrostático en un punto exterior	$E = \frac{1}{4\pi\varepsilon} \cdot \frac{Q}{r^2}$

Campo eléctrico XXXIV: Formulario (II)

Campo creado por una esfera uniformemente cargada, en equilibrio electrostático en un punto de su superficie	$E=\sigma/\varepsilon$
Campo creado por un cilindro o conductor uniformemente cargado, en equilibrio electrostático en un punto exterior	$E=\dfrac{Q}{2\pi.r.\varepsilon.l}=\dfrac{\lambda}{2\pi.r\varepsilon}$
Campo creado por una lámina plana indefinida uniformemente cargada, en equilibrio electrostático	$E=\dfrac{\sigma}{2\varepsilon}$
Energía potencial eléctrica	$W_{1-2}=-\Delta E_P=\int_1^2 \vec{F}\cdot d\vec{r}$ $E_p=\dfrac{1}{4\pi\varepsilon}\dfrac{Q.Q'}{r}$
Potencial electrostático	$V=E_p/Q'=$ $\dfrac{1}{4\pi\varepsilon}\dfrac{Q}{r}$ $V_A=-\dfrac{Q}{4\pi\varepsilon}\dfrac{1}{r_A}.$
Trabajo eléctrico	$W_{12}=Q'(V_1-V_2)$
Potencial en un punto A en función del campo	$V_A=\int_A^{\infty}\vec{E}\cdot d\vec{r};$ $dV=-\vec{E}\cdot d\vec{r}$
Principio de superposición	$V=\sum_{i=1}^{n}V_i$